

მაგიდა № 4

25.04.2015/ ԺԿԹ/III/

617

ამოცანა №

1

გვერდი №

)

ሆኖ, ከ $\triangle BMD$, ከ $\triangle MFD$ ስንመለከት $\angle BMD = \angle MFD$
 $\angle MFD = \angle GED$ ምክንያቱም $\angle GED = \angle BMD$ ከሆነ ስንገምት, ከ $\triangle BMD$ P, E, D, M ስንመለከት
 $\angle GFD = \frac{\angle B + \angle D}{2}$ $\angle BMD = \frac{\angle B + \angle M}{2}$ $P = GE \cap BM$
 ሆኖም M ስለሆነ $\angle BMD$

$\sim \tilde{A}E_{\text{middle}} \cdot \frac{1}{2} \cdot y \cdot p \cdot \ln 2$
 $G_B = G_M$

$\angle MCB = \angle B - \frac{\widehat{AM}}{2}$

$$\frac{LMCB}{2} = \frac{LC}{2} + \frac{\overline{AM}}{n} = \frac{LC}{2} + \frac{\overline{AQ}}{2} \quad \text{using Q stat CI-l above}$$

Өйбөтасб. сбгы ндлазл, нмд ГГ-гыл бөлүгүнө Ам = 2.40.

բայմիջոցառում, հոր $ED = EA = EC$.

Երջմ. շրջան, հոր
 $\angle ESA = \frac{\overset{\frown}{AE} + \overset{\frown}{DB}}{2}$
 $\angle EAD = \frac{\overset{\frown}{EC} + \overset{\frown}{CD}}{2} = \frac{\overset{\frown}{AE} + \overset{\frown}{DB}}{2}$

∴ $\angle EIA = \angle EAF$ ∵ $EI = EA$ (radius) ∴ $EI = EC$

$\therefore DI = DC = DB$

გვყავართ M-ის 6 დი-1 პარტნიორ პარტნიორ 6E-1 გვყავს N-2.

276 $\angle NME = \angle PED$ և ճյուղ $ME \parallel FM$ ձևավորված. ևս բնականորեն,
 եթե MFE և MD $\angle NMB$ -ի ձևավորված թանձր շառձև կապակցված
 ձև, եթե $PMDE$ անկյուն ծրար, կլ $GPM \sim GDE$.



მაგიდა № 4

25.04.2015/ მათ/III/

617

ამოცანა №

2

გვერდი №

1

$(a_n - a_{n-1})(b_n - b_{n-1}) < 0$ ნიშნავს, რომ ახალი იმედიკოს ჩატეხვს შებვა
 უნდა შევტოვდეს მეთხ ან გაიზარდოს. შევნიშნოთ, რომ აუ $x \in (0; \frac{1}{2})$
 მაშინ $f(x) > x$, ხოლო აუ $x \in [\frac{1}{2}; 1)$ მაშინ $f(x) < x$. ანუ აუ ხოლმე
 a_i და b_i პიხვებთან სხვადასხვა ირცეხვან, მაშინ ამოცანა ამოხსნო
 აუ $a, b \in (0; \frac{1}{2})$ მაშინ $a_1, b_1 \in (\frac{1}{2}; 1)$ ანუ ყოველი პიხვებთან ანუ შეძიხვას
 ხოლო $a_i, b_i \in [\frac{1}{2}; 1)$, მაშინ $a_{i+1}, b_{i+1} \in [\frac{1}{n}; 1)$ ანუ რაყოთ ირცეხვან
 $[\frac{1}{n}; \frac{1}{2})$ და $[\frac{1}{2}; 1)$ აუ ირცეხვან ანუ ირცეხვან პიხვებთან ხეყრ
 ირცეხვან შეძიხვან ხოლმე სხვადასხვა და ა.შ. უსასხვო ვე შეძიხვან, აუ
 რომ ვეძიხვან ანუ ვეძიხვან, ხოლმე ხეყრ $\frac{1}{2}$ -ს. ანუ უნდა ანუ ვეძიხვან
 $a_k, b_k \in [\frac{1}{n}; \frac{1}{2})$ ანუ $a_{k+1}, b_{k+1} \in [\frac{3}{n}; 1)$ $\Rightarrow a_{k+2}, b_{k+2} \in [\frac{2}{n}; 1)$ \Rightarrow
 $\Rightarrow a_{k+3}, b_{k+3} \in [\frac{2}{256}; 1)$ ანუ რაყოთ ირცეხვან და
 ვეძიხვან ხეყრ ირცეხვან, ხოლო ირცეხვან პიხვებთან ხეყრ ანუ ვეძიხვან $\frac{1}{2}$ -ს
 ნახვან ანუ ხოლო ანუ ირცეხვან ანუ ვეძიხვან ვეძიხვან
 ანუ შეძიხვან ანუ $a_{k+3}, b_{k+3} \in [\frac{2}{256}; \frac{1}{2})$ მაშინ შეძიხვან $\in [\frac{205}{256}; 1)$
 შეძიხვან ანუ $a_{k+4}, b_{k+4} \in [(\frac{205}{256})^2; 1)$ -ს. ხოლო $a_{k+3}, b_{k+3} \in [\frac{2}{256}; 1)$
 ირცეხვან ანუ ნახვან ირცეხვან ხეყრ ანუ ვეძიხვან $a_j, b_j \in [\frac{p}{2^n}; 1)$
 და $a_{j+1}, b_{j+1} \in [(\frac{p+2^{k-1}}{2^n})^2; 1)$

$$\left(\frac{p+2^{k-1}}{2^n}\right)^2 > \frac{p}{2^n}$$



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 4

25.04.2015/ მათ/III/

617

ამოცანა №

2

გვერდი №

2

$$p^{2k} + 2^{2k-1} \cdot p + 2^{2k-1} > p \cdot 2^k$$

$p^{2k} + 2^{2k-1} > 0$ ანუ თითოეული k -სთვის ნებისმიერი p -სთვის
უახლოესი p -ს უახლოესი 1 -ს. ანუ ძირითადი p -სთვის
სადა a, b ნებისმიერი 1 -ს და 2 -სთვის. ანუ p -სთვის
ნებისმიერი p -სთვის

ანუ p -სთვის $a, b \rightarrow 1$ ნებისმიერი a, b
ნებისმიერი a, b ანუ p -სთვის



მაგიდა № 4

25.04.2015/ მათ/III/

617

ამოცანა №

3

გვერდი №

1

$$7x^2 - 13xy + 7y^2 = (x-y+1)^3$$

ზოგჯერ შეგვიძლია ვაძვაროთ $x \geq y$ და $x = y + a$ სადა $a \geq 0$ პირ
მიყვებით. აქედან

$$7(x-y)^2 + xy = (x-y+1)^3$$

$$7a^2 + y^2 + ay = (a+1)^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$$

$$y^2 + ay - (3a^3 - 4a^2 + 3a + 1) = 0$$

$$D = a^2 + 4(3a^3 - 4a^2 + 3a + 1) = 12a^3 - 15a^2 + 12a + 4$$

ჩვენ დაგვიჩვენებენ უნდა უნდა იყოს სხვა სავარაუდო

$$f'(a) = 36a^2 - 30a + 12 = 6(6a^2 - 5a + 2) > 0$$

WLOG $x \geq y$

სადაც განვიხილავთ ორივე, ჩვენ:

$$(x-y+1)^2 + 6x^2 - 11xy + 6y^2 - 2x + 2y - 1 = (x-y+1)^3$$

$$6x^2 - 11xy + 6y^2 - 2(x-y) - 1 = (x-y+1)^2(x-y)$$

$$6(x-y)^2 + xy - 1 = (x-y)(x-y+1)^2 + 2(x-y)$$

$$(x-y)((x-y+1)^2 + 2 - 6(x-y)) = xy - 1$$

$$(x-y)((x-y)^2 - 4(x-y) + 3) = xy - 1$$

$$(x-y)(x-y-1)(x-y-3) = xy - 1$$



შოთა რუსთაველის ეროვნული
სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL
SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 4

25.04.2015/ მათ/III/

6/7

ამოცანა №

გვერდი №